INSTITUTO POLYTECHNICO BRAZILEIRO

Rio de Janeiro 17 de Junho de 1874

Illm.o Senr.

Passo ás mãos de V.S.a o incluso trabalho remettido ao Instituto Polytechnico pelo socio correspondente Dr. Aarão Leal de Carvalho Reis, afim de que V.S.a e os mais membros da secção de Mathematicas abstractas e concretas se sirvam dar sobre elle o respectivo parecer.

Deus Guarde á V.S.a

Illm.o Senr. Dr. Benjamin Constant Botelho de Magalhães,
Relator da Secção de Mathematicas abstractas e concretas

O 1.o Secretario
Dr. A. de Paula Freitas

A Comm.ão de math. abstractas . concretas

Ill.mo Snr. Dr. Antonio de Paula Freitas,
1.º Secretario do Instituto Polytechnico Brasileiro

Rio de Janeiro, 6 de Maio de 1874.

Amigo e Senhor Doutor,

Tendo o 1.º tomo da Revista do Instituto Polytechnico Brasileiro, de Julho de 1867, — que por um feliz accaso me veio ter ás mãos, — ahi encontrei uma Nota lida em sessão pelo distincto Engenheiro, o Snr. Dr. André Rebouças, um dos ornamentos da nossa classe.

Versa essa Nota sobre o theorema de Geometria plana conhecido por — Theorema de Pythagoras, ou do quadrado da Hypothenusa, — appresentando o Snr. Dr. Rebouças <u>sete</u> demonstrações d'esse theorema, que são as que S. S.ª conhece n'essa occasião.

Não sou dos que attribuem a tal theorema demasiada importancia — que só serve para atemorisar os espiritos ainda pouco affeitos ao estudo da Geometria; — mas, reconheço que, de uma bôa, clara e rigorosa demonstração d'esse theorema, innumeras e incontestaveis vantagens resultão para o estudo da Geometria, mórmente quando o professor souber tirar o maior proveito de tal demonstração.

É esta a razão porque tomo a liberdade de rogar a V. S.ª o obsequio de levar ao conhecimento do Instituto — como appendice á Nota do Snr.

Dr. Rebouças — mais uma demonstração do theorema de Pythagoras, quiçá a mais rigorosa e clara, sem duvida a de mais simples e elegante construcção e,-o que mais é,-a mais original de quantas são geralmente conhecidas.

Foi imaginada, ha 4 annos (1870), por uma creança de 16 annos que então cursava o 4.º anno do Imperial Collegio de D. Pedro 2.º e que óra se acha matriculada no 1.º anno de nossa Eschola; onde é de esperar continue a sua brilhante carreira, encetada sob tão bellos auspicios, accrescentando novos louros aos muitos que conquistou n'esse Collegio, de que foi incontestavelmente o primeiro alumno, durante 6 annos, não só entre seus collegas de anno, como tambem entre todos os seus contemporaneos.

Fallo do Snr. Raymundo Teixeira Mendes, filho do nosso distincto collega o Engenheiro Dr. Raymundo Teixeira Mendes, roubado prematuramente em 1863 á sua terra natal, o Maranhão, onde exercia com toda a proficiencia a sua honrosa profissão.

Eis a

Demonstração Geometrica do theorema do quadrado da hypothenusa:

Construcção: — Construidos os quadrados sobre os lados do triangulo ABC, como mostra a figura, una-se o ponto F ao ponto R e, pelo ponto P, tire-se uma parallela ao lado BC, formando depois sobre

PL o quadrado PLMN.

Demonstração: — A recta FR é continuação de FG, pois que o angulo AFR é recto (em virtude da igualdade dos triangulos ABC e AFR: AR = AC; AF = AB; ∧RAF = ∧BAC.). Donde se conclue que PLR é um triangulo igual a ABC.

Isto posto, examinando os quadrados construidos sobre os catetos, teremos:

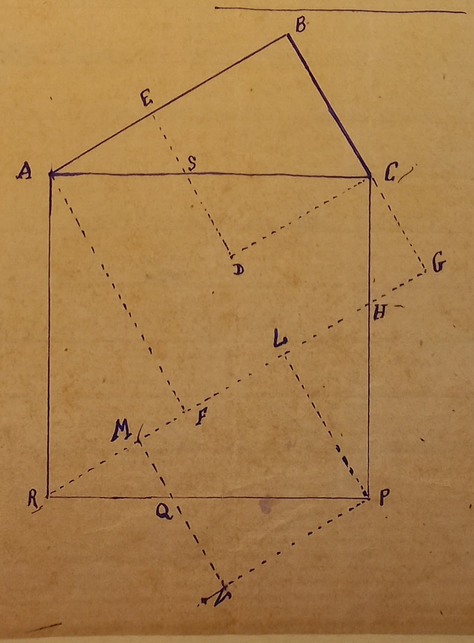
ABGF = ABC + AFHC + CHG ....(1),

e CBED = CBES + CSD ....(2).

Na igualdade (1) o quadrilatero AFHC é parte do quadrado da hypothenusa, e o triangulo ABC é igual a AFR, restando portanto só o triangulo CHG que é igual ao Δ RMK contido tambem no quadrado da hypothenusa. (São iguaes esses Δ porque RL é igual a BG e ML = BC, logo RM = CG; ∧RMK = ∧CGH; ∧MRK = ∧GCH).

Na igualdade (2) CBED = PLMN, que já tem a parte PLMK no quadrado da hypothenusa e o triangulo PLN que é igual a HLP, por isso que PN = PL, ∧QNP = ∧HLP, e ∧QPN = ∧HPL.

Figura:



Convem accrescentar que o Snr. T. Mendes imaginou mais duas demonstraçoẽs para este theorema, ambas inteiramente novas; e alem disso, deduzio diversas consequencias de sua demonstração, entre as quaes posso citar o seguinte theorema, que supponho inteiramente novo em Geometria:

"— O quadrado construido sobre o lado opposto ao angulo obtuso d'um triangulo obtusangulo, é igual ao quadrado construido sobre o maior dos lados d'esse angulo mais o triplo do quadrado construido sobre o menor, quando, — construido um parallelogrammo sobre esse triangulo, — a diagonal, que unir os vertices dos angulos obtusos, dividir o parallelogrammo em dous triangulos rectangulos." —

Apezar da leitura da Nota do Snr. Dr. Rebouças ter-me suscitado logo a idéa de levar ao conhecimto. de V. Sa. esta demonstração, todavia não me animaria a tal se, na circular de 11 de Novembro de 1873, dirigida aos socios do Instituto pela Commissão encarregada de recolher informaçoẽs, não encontrasse as seguintes palavras, que me servirão de desculpa: "lembrando-se sempre de que qualquer pequeno contingente irá reunir-se aos dos outros e formar um nucleo, que a todos aproveitará."

Assim, possa esta communicação ser de alguma utilidade aos socios do Instituto, "que se occupão do ensino da Geometria elementar".

Approveito a occasião para confessar-me

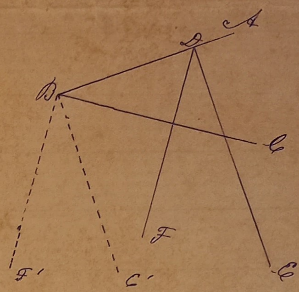
De V. Sa.

Att.o Vor. C.o e Amigo,

Aarão Leal de Carvo. Reis

Demonstração do theorema de Geometria: «A somma dos angulos de um triangulo é igual a dous rectos» sem basear-se sobre a theoria das parallelas.

Lemma. Dous angulos são iguaes quando têm os lados perpendiculares e as aberturas voltadas p.ª partes diversas não oppostas.



Sejão os angulos ABC e CDF, cujos lados BA e BC são respectivamente perpendiculares sobre DC e DF. Fazendo mover o angulo FDC, aproximando-o de B, de modo que o vertice D conserve-se sempre sobre BA e os angulos BDF e BDC sejão constantes, este angulo não terá mudado de grandeza quando tomar a posição C'BF' e os lados BC' e BF' serão ainda perpendiculares sobre BA e BC. Ora, se, B sendo fixo, fizermos gyrar o angulo C'BF' no plano da figura e da direita p.ª a esquerda, de modo que os lados BC' e BF' conservem entre si a mesma inclinação, o angulo C'BF' não variará de grandeza, e quando BC' descrever um angulo de 90° e se achar sobre BA o lado BF' se achará sobre BC p. que $ABC' = CBF'$ como rectos. Logo C'BF' ou $CDF = ABC$, o que se queria provar.

O angulo $C'BF' = CDF$ é igual ainda a ABC como complementos de um mesmo angulo CBC'. Com effeito, $ABC + CBC' = 1r.$ e $C'BF' + CBC' = 1r.$ Logo $ABC = C'BF' = CDF$.

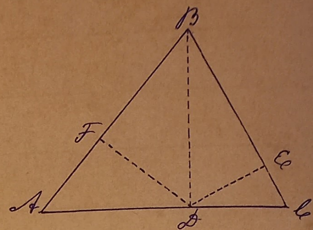
Isto posto, tenho a considerar 3 casos:

1.° A perpendicular baixada do vertice sobre o lado opposto cahe dentro do triangulo.

2.° A perpendicular coincide com um dos lados.

3.° A perpendicular cahe fóra do triangulo.

1.º caso. Do vertice B do triangulo ABC baixo uma perpendicular BD sobre AC e do pé D desta perpendicular baixo DE e DF respectivamente perpendiculares sobre BC e AB; vou provar que $BAC+ABC+BCA=ADB+BDC=$ 2 rectos.



Com effeito, em virtude do lemma precedente terei

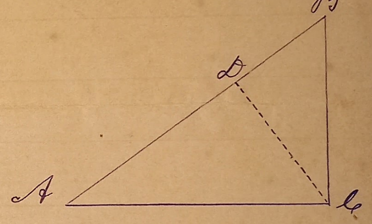
$$BAC=BDF$$
$$ABD=ADF$$
$$DBC=EDC \text{ e}$$
$$BCA=EDB.$$

Sommando membro a membro, vem $BAC+ABD+DBC+BCA=BDF+ADF+EDC+EDB$.

Ora, pela figura, $ABD+DBC=ABC$, $BDF+ADF=ADB$, $EDC+EDB=BDC$.

Logo $BAC+ABC+BCA=ADB+BDC=$ 2 rectos, o que é a these.

2.º caso.



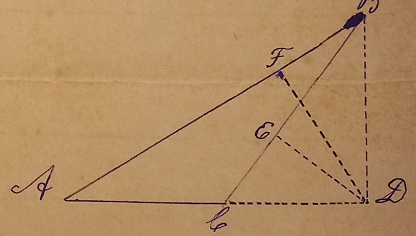
Se a perpendicular baixada de B sobre AC coincide com o lado BC, concluo que o angulo ACB é recto; só me resta provar que

$$ABC+BAC=ACB=1 \text{ recto}.$$

Para isso, baixando de C a perpendicular CD sobre AB, terei

$$ABC=DCA$$
$$BAC=DCB \text{ ; d'onde, sommando,}$$
$$ABC+BAC=DCA+DCB=ACB=1 \text{ recto}.$$

3.º caso.



Neste caso construo as rectas BD, DE e DF perpendiculares respectivamente sobre AC, BC e AB. Ora,

$$BDF=BAC$$
$$FDE=ABC \text{ ; d'onde}$$
$$BDF+FDE=BDE=BAC+ABC \text{ ; porém}$$
$$BCD=BDE.$$

Logo $ABC+BAC+ACB=ACB+BCD=2r$.

Fica assim demonstrado em geral, sem o auxilio da theoria das parallelas, que a somma dos angulos de um triangulo é igual a dous angulos rectos.

Póde=se agora demonstrar de um modo muito simples o postulado de Euclides.

A segunda demonstração que dou àcima pª o lemma que estabeleci, pertence ao meo illustre professor o Snr. Dr Aquino que foi a primeira pessoa a quem mostrei a minha demonstração.

Alguem se tem elevado contra o methodo de introduzir nas de=monstrações geometricas a consideração do movimento das figuras. Além de ter para mim esse methodo como muito rigoroso, fundo-me, adoptando-o, na grande autoridade de Lacroix. Concluo, pois, que o lemma estabelecido acha=se rigorosamente demonstrado, e conse=quintemente o theorema que n'elle inteiramente se basêa.

Rio, 25 de Abril de 1874. Gustavo Adolpho da Silveira

INSTITUTO POLYTECHNICO BRAZILEIRO

Rio de Janeiro 12 de Maio de 1874

Illmo Senr

Tenho a honra de passar ás mãos de V.Sa o incluso trabalho, apresentado ao Instituto Polytechnico pelo Senr Gustavo Adolpho da Silveira, afim de que V.Sa na qualidade de Presidente da secção de mathematicas abstractas e concretas se sirva, conjunctamente com os mais membros da secção, emittir sobre elle o respectivo parecer.

Deus Guarde á V.Sa

Illmo Senr Dr Benjamin Constant Botelho de Magalhães
Presidente da Secção de Mathematicas abstractas e concretas do Instituto Polytechnico Brazileiro.

O 1º Secretario
Dr. Antonio de Paula Freitas

Ill.mo Snr.

Li com bastante attenção os trabalhos dos Snrs. Gustavo Adolpho da Silveira e Raymundo Teixeira Mendes que V. S.a por parte do Instituto Polytechnico se dignou submetter ao juizo da Commissão de Mathematicas abstractas e concretas do m.mo Instituto.

Ambos esses trabalhos revelão muita intelligencia em seus auctores, louvavel dedicação pelos estudos e bastante conhecimento do espirito ~~estes~~ ~~especiaes~~ e mecanismo proprio da geometria elementar na parte concernente ~~aquelles~~ aos mesmos trabalhos, unica em que me é dado pronunciar-me a respeito desses distinctos moços. ~~que não tenho~~ Devo para ~~esperar~~ acreditar que intelligencias tão rigorosas ~~que~~ tenhão com o mesmo brilho e elevação devassado todo o ~~dominio da sciencia~~ vasto dominio da Sciencia Geometrica deixando, como ~~na~~ o fizerão na parte elementar ~~desses estudos~~ dos seus estudos, ~~traços indeleveis~~ traços indeleveis de sua passagem.

~~R~~endendo a devida homenagem a essas intelligencias em flor que são já e ~~com~~ espero continuarão a ser um ornamento das nossas ~~academias~~ letras, um edificante exemplo para ~~seus collegas~~ os nossos academicos, e um motivo de orgulho para a nossa ~~academia~~ Escola posso ~~agora os trabalhos de cada um desses~~ omittir o meu juizo sobre os seus trabalhos.

~~Ambos~~ ~~O do Snr. Adolpho~~

Quando se encara o estudo da Geometria em toda a extensão que lhe é proprio ve-se que a ~~Geometria~~ elem para a primeira parte desse estudo com razão denominada a geometria elementar = se reduz hoje ~~essencialmente~~ essencialmente ~~a~~ um pequeno n.o de principios os relativos aos mais singelos phenomenos que a extensão pode apresentar, quer se a considere com uma, com duas ou com as tres dimensões. Esses factos geometricos primordiaes, ~~se possuem~~ ~~naturaes~~ ~~que devem conter em si os tres fundamentaes~~ embora os mais elementares conter em si os fundamentos racionaes de toda a sciencia ~~geometrica~~ e ~~não~~ deve ser objecto de um estudo directo. Por mais que se tenha exagerado a influencia da analyse no estudo da geometria ~~nenhuma~~ das numerosas tentativas feitas pelos mais celebres geometras ~~tem~~ podido estabelecer por simples considerações analyticas os principaes ~~fundamentaes da geometria~~ ~~etc~~ theoremas da geometria elementar; ~~os~~ ~~com elles se refere~~ ao passo que esses theo-

resultantes do estudo directo daquelles factos

remas estabelecem as ~~primeiras~~ relações indispensaveis ao ~~vasto~~ desenvol-

tem dado

desenvolvimento ~~que são~~ que ~~a analyse~~ os methodos analyticos ~~dão~~ a todas theorias geometricas. O calculo algebrico ou transcendente é e será certamente o mais efficaz e poderoso instrumento ~~dedutivo~~ de deducção que o espirito humano ~~tem~~ creado ~~para investigação das leis da natureza~~; mas será sempre ~~radicalmente inefficaz, para tirar a duvida~~ tanto ~~as~~ inefficaz, para estabelecer os fundamentos proprios de uma sciencia ~~qualquer sciencia~~. Esses principios fundamentaes ~~não~~ só poderão ser obtidos pela observação e pela experiencia ~~na contemplação~~ ~~etc~~ É na contemplação do mundo exterior que

e por meio de tão diligentes observações e experiencias que

o espirito pode colher as ~~suas~~ leis fundamentaes que regem os em differentes

Toda a tentativa para estabelecel-as por considerações á priori serão

fenomenos. ~~do mundo e que é que não intentar á conhecer o concreto~~ serão sempre destituidas de fundamento serio.

O pensamento de Descartes applicando a ~~algebra~~ a analyse á geometria foi ~~fixar~~ de ~~o~~ crear processos geraes que apoiando-se nos ~~valores~~ principios estabelecidos na geometria elementar desse o maior desenvolvimento possivel ás questões ~~geraes~~ geometricas abrangendo em seu dominio o

estudo das tres cathegorias destinctas que de fenomenos

~~triplice aspecto de ser sob relações~~ dos tres ~~grandes problemas que~~

~~campo~~ geometricos que a extensão

~~o estudo~~ pode apresentar em relação ~~á forma, á grandeza e á posição~~ ás tres ~~grandes cathegorias em que se divide os fenomenos da extensão~~ á forma, á grandeza e á posição. ~~Reduzindo~~

por meio do calculo

Transformando continuamente as questões de qualidade em questões de quantidade conseguio ~~por~~ admiravelmente reduzir todas ~~as questões~~ circunstancias de forma e de grandeza a simples ~~questões~~ circunstancias de posição ~~sed numeros~~ que facilmente se convertem em simples questões numericas. ~~Depois~~ E nas mãos do immortal Descartes tomou a geometria o estudo da extensão o ~~geometrico~~ immenso ~~que actualmente~~ desenvolvimento ~~que hoje~~ a que hoje tem chegado.

faz da geometria ~~o~~ o mais ~~extenso~~ vasto, e mais fecundo ramo da mathematica concreta.

Estas classificações geometricas ~~tornaram~~ assentam hoje em base segura e a separação entre a geometria elementar e a geometria geral ou analytica está actualmente perfeitamente estabelecida.

Todos os melhoramentos reaes que se pode ~~estabelecer~~ realisar na geometria reduzem-se essencialmente hoje mais á forma que ao fundo mesmo da sciencia.

A nova instituição phylosophica da geometria ~~ainda [illegible]~~ ~~[illegible] desta importante sciencia~~ offerecendo hoje um vasto campo ás nossas meditações geometricas indica tambem a direcção a mais conveniente a dar aos nossos esforços para o ~~aperfeiçoamentos do que~~ aperfeiçoar e desenvolver e consolidar cada vez mais o plano eterno e indestructivel, que Descartes a conceben.

No que concerne á ~~Quanto á Geometria~~ elementar, ~~reduzem-se os seus melhoramentos ao regimen interno da sciencia, se~~ devem os nossos esforços convergir especialmente ~~para~~ em a melhorar o regimen interno da sciencia sob o ponto de vista do methodo sem que possamos esperar ~~que~~ ~~[illegible]~~ alterações notaveis nos ~~no numero e~~ em suas theorias essenciaes. ~~Tão estudada sob este ponto de vista~~ Tantos e tão numerosos são por ~~sob~~ este ponto de vista os trabalhos apresentados que é difficilimo descobrir algum melhoramento importante neste ramo de estudos. Esta circumstancia deve dar a medida da satisfação que encontra aquelle que conseguiu nesse intuito alguma cousa ~~de~~ nova e dos conhecimentos precisos que deve ter de todo o mecanismo da sciencia, sem diminuir em nada o merito daquelles que igualmente senhores desse mecanismo tiverem sido sido infelizes em suas bem dirigidas tentativas.